



INSTITUTO DE FÍSICA  
Universidade Federal Fluminense

## Curso de Termodinâmica-GFI 00175

### 2º semestre de 2016

Prof. Jürgen Stilck

#### Solução do exercício 4-9

Vamos seguir a sugestão provando a identidade indicada para um processo adiabático (entropia constante). Começamos mudando a variável na integral:

$$\int_{p_i}^{p_f} \frac{dp}{p} = \int_{T_i}^{T_f} \frac{1}{p} \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_S dT.$$

Usando agora o resultado (5.42) do livro texto para a derivada, temos:

$$\int_{p_i}^{p_f} \frac{dp}{p} = \int_{T_i}^{T_f} \frac{C_p}{TV\alpha p} dT = \int_{T_i}^{T_f} \frac{C_p}{pV} dT = \int_{T_i}^{T_f} \frac{C_p}{NRT} dT,$$

onde usamos  $\alpha = 1/T$  e  $pV = NRT$ , válidos para um gás ideal. Em termos da capacidade térmica molar, temos então:

$$R \int_{p_i}^{p_f} \frac{dp}{p} = \int_{T_i}^{T_f} \frac{c_p}{T}.$$

Para um gás ideal,  $c_p$  não depende da pressão, podendo ser expandido em potências da temperatura como indicado no enunciado. Podemos efetuar a integral do lado esquerdo da equação e substituir a expansão para  $c_p$ , obtendo:

$$R \ln(p_f/p_i) = \int_{T_i}^{T_f} \frac{A + BT + CT^2}{T} dT.$$

Como  $A$ ,  $B$  e  $C$  são constantes, podemos efetuar a integral na temperatura, obtendo:

$$R \ln(p_f/p_i) = A \ln(T_f/T_i) + B(T_f - T_i) + C \frac{T_f^2 - T_i^2}{2}.$$

Agora podemos substituir os dados do problema. Do lado esquerdo, como temos a razão das pressões, podemos manter a unidade do enunciado ( $p_i = 1$  atm):

$$R \ln(p_f) = 6,26 \ln(573/273) + 2,746 \times 10^{-3} \times 300 - 0,770 \times 10^{-6} \times \frac{573^2 - 273^2}{2} =$$
$$4,641 + 0,824 - 0,098 = 5,367.$$

Notamos que a contribuição dos termos sucessivos decresce, como esperado. Tomando a exponencial de ambos os lados da expressão, usando o valor  $R = 1,986$  cal/mol K (note as unidades das constantes na expansão), obtemos a resposta  $p_f \approx 14,9$  atm.